

НАИЗМЕНИЧНЕ СТРУЈЕ

Увод у наизменичне струје

До сада су разматрана електрична кола, кроз која протичу сталне струје, које се не мењају током времена, јачина струје и смер су константни. Поред сталних струја, постоје и струје које су променљиве током времена, мењају смер и јачину. Такве струје су услед генератора променљиве емс.

Променљиве струје, које мењају током времена смер, називају се **наизменичне струје**. Наизменичне струје могу бити периодичне и аperiodичне, док се периодичне могу поделити на простопериодичне и сложенопериодичне струје. Простопериодична струја се може описати *sin* или *cos* функцијом и у пракси се користе генератори који дају такву наизменичну струју. У даљим анализама разматраћемо простопериодичне наизменичне струје чија се јачина хармонијски мења са временом.

Брзина промене струја које ћемо разматрати је довољно мала тако да, у датом тренутку, кроз сваки део гране електричног кола јачина струје има исту вредност. Такве струје су **квазистационарне**. Уколико се струје мењају по сложеној зависности од времена, могу се разложити у хармонијски ред (Фуријеова анализа) и изразити као сума *sin* или *cos* функција.

Приликом затварања електричног кола, у коме је извор наизменичне струје, јављају се сложене осцилације, као збир осцилација извора и сопствених осцилација кола. Након кратког времена успостављају се принудне осцилације дефинисане учестаношћу извора, што представља стационарни режим осциловања у колу.

Тренутна вредност ЕМС (напона) извора наизменичне струје може се представити функцијом

$$u = u_0 \sin(\omega t + \phi).$$

Величина u_0 представља амплитуду или максималну вредност напона, ω је кружна учестаност која одређује брзину промене, а ϕ је почетна фаза осциловања. Струје које теку у електричним колима услед хармонијски променљивог напона, у стационарном режиму, су такође хармонијски зависне од времена, и дата је у општем случају као

$$i(t) = i_0 \sin(\omega t + \psi)$$

где је $i = i(t)$ тренутна вредност јачине струје, а i_0 је њена максимална вредност. За тренутне вредности квазистационарних стања важе исти закони као и за једносмерне константне струје.

Пошто се тренутна вредност $i(t)$ наизменичне струје стално мења, а средња вредност $\langle i(t) \rangle$ струје по временској периоди $T = 2\pi / \omega$ једнака је нули, онда се као мера јачине наизменичне струје узима **ефективна вредност** i_{eff} , дефинисана као она вредност једносмерне струје која на термогеном отпорнику R производи исти топлотни ефекат, као и наизменична струја $i(t)$. На основу реченог можете писати

$$i_{eff} = \frac{i_0}{\sqrt{2}}$$

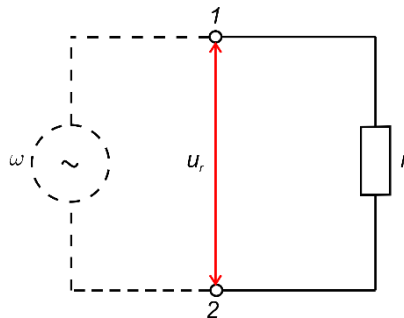
Видимо да је ефективна вредност наизменичне струје за $\sqrt{2}$ пута мања од максималне вредности i_0 . Исто важи и за наизменични напон $u = u(t)$, што се на исти начин може показати. Инструменти за мерење наизменичне струје и напона, мере **ефективне вредности** ових величина.

1.1 Елементи у колу наизменичне струје

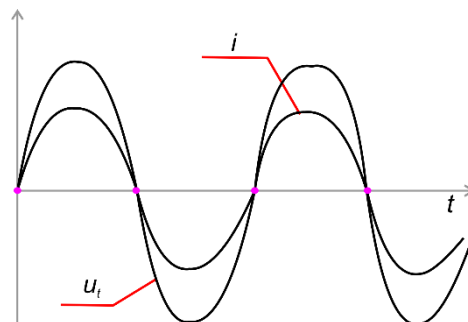
Посматрајмо електрично коло које садржи само отпорник и кроз њега тече наизменична струја $i = i_0 \sin \omega t$. Напон на крајевима отпорника, на Сл. 1.2.1., износи $u_r = r \cdot i$, па можемо писати

$$u_r = i_0 \cdot r \sin \omega t$$

Напон на отпорнику мења се такође по синусном закону. Не постоји разлика фаза између осцилација струје и напона. Кад је напон у максимуму, у максимуму је и струја, Сл. 1.2.2.

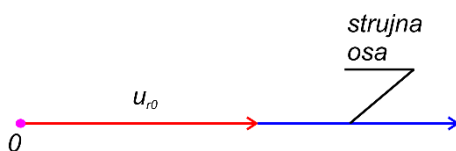


Слика 1.2.1: Отпорник у колу наизменичне струје



Слика 1.2.2: Осцилације струје и напона на отпорнику

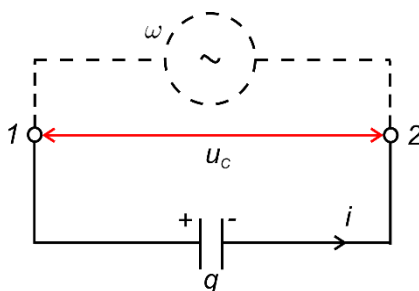
Јачина струје и напон се могу представити и на фазорском дијаграму. Фазорски дијаграм је раван на којој се представљају фазори струје и напона. Фазори су обртни вектори чији је почетак у координатном почетку, а угао у односу на фазорску осу једнак је почетној фази. Интензитети вектора струје и напона могу бити њихове максималне или ефективне вредности.



Слика 1.2.3 Векторски дијаграм напона на отпорнику

Послужимо се и методом векторских дијаграма. Вектор који представља осциловање струје усмерен је дуж осе дијаграма; то је струјна оса у даљем тексту. Вектор напона лежи на струјној оси – нема фазне разлике између напона и струје. Дуж струјне осе наносимо амплитуду напона, Сл. 1.2.3.

Посматрајмо сада колу које садржи само кондензатор (Сл.1.2.4). Струја у колу се мења по простопериодичном закону, $i = i_0 \sin \omega t$.



Слика 1.2.4: Кондензатор у колу наизменичне струје

Пошто је количина наелектрисања дефинисана преко интеграла јачине струје у времену, као $q = \int i dt$, налазимо да је

$$q = -\frac{i_0}{\omega} \cos \omega t$$

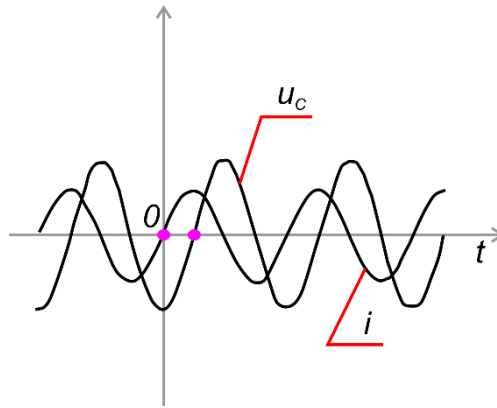
Напон у колу добијамо применом релације $u_c = q / C$, што даје

$$u_c = -\frac{i_0}{\omega C} \cos \omega t$$

Овај је израз лако трансформисати на облик

$$u_c = \frac{i_0}{\omega C} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right)$$

Дакле, ако струја у колу синусно осцилује, тако осцилује и напон на кондензатору; али напон на кондензатору фазно касни за струјом – фазна разлика износи $\pi/2$ (слика 2.2.5).



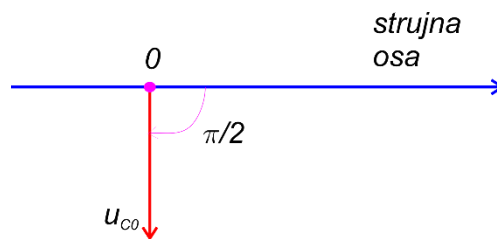
Слика 1.2.5: Осцилације струје и напона на кондензатору

Амплитуда напона на кондензатору износи $u_{c0} = i_0 \frac{1}{\omega C}$.

Ова релација личи на Омов закон. Улогу отпорности кондензатора за наизменичну струју игра величина

$$z_c = \frac{1}{\omega C}$$

и назива се *привидна капацитивна отпорност*.

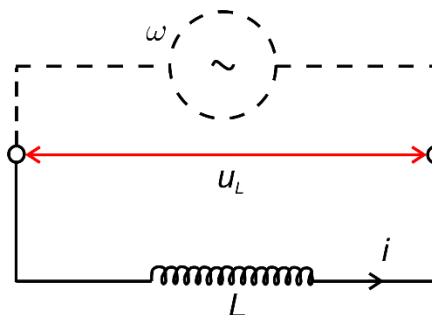


Слика 1.2.6: Векторски дијаграм напона на кондензатору

Погледајмо и векторски дијаграм, Сл. 2.2.6. Са дијаграма се види да напон фазно касни у односу на струју,

Размотримо сада калем у колу наизменичне струје. Калем је проводник у облику завојнице. Карактерише се коефицијентом самоиндукције L . Напон на крајевима калема је пропорционалан брзини промене струје

$$u_L = L \frac{di}{dt}$$

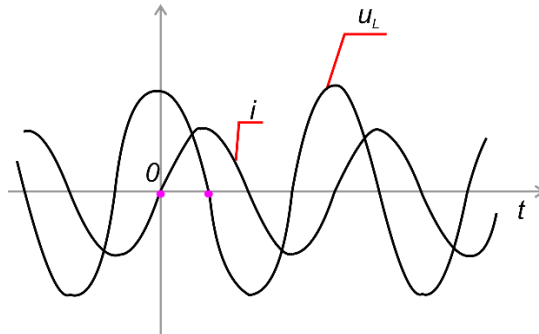


Слика 1.2.7: Калем у колу наизменичне струје

Ако је струја синусна $i = i_0 \sin \omega t$, лако израчунавамо први извод и пишемо

$$u_L = i_0 \omega L \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Видимо да је и напонска осцилација престохармонијска, али, напон на калему фазно предњачи у односу на струју за $\pi/2$.

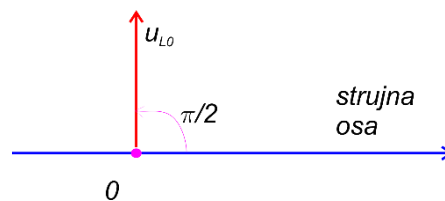


Слика 1.2.7: Осцилације струје и напона на калему

Амплитуда напона на калему је једнака $u_{L0} = i_0 \omega L$. Можемо дефинисати *привидну индуктивну отпорност* калема

$$z_L = \omega L.$$

Отпорност расте кад расте учестаност струје. Калем велике индуктивности при знатним учестаностима има велику отпорност за наизменичну струју.



Слика 1.2.8: Векторски дијаграм напона на калему

Векторски дијаграм за калем је показан на Сл. 1.2.8. Вектор напона предњачи у односу на струјну осу у позитивном смеру (супротно кретању казаљке на сату) за $\pi/2$.

Комплексне величине наизменичне струје

Нека је јачина струје у колу $i = i_0 \sin \omega t$. Комплексни запис те струје изгледа

$$i = i_0 \exp(j\omega t)$$

где је $j = \sqrt{-1}$.

Напон на отпорнику у том случају је

$$u_r = i_0 r \exp(j\omega t)$$

Амплитуда напона на отпорнику је чисто реална и износи

$$u_{r0} = i_0 r$$

Напон на калему је

$$u_L = i_0 \omega L \exp \left[j \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) \right]$$

Комплексна амплитуда напона на калему је

$$u_{L0} = i_0 \omega L \exp \left(j \frac{\pi}{2} \right)$$

То значи да можемо писати

$$u_{L0} = j \omega L \cdot i_0$$

Напон на кондензатору је

$$u_C = \frac{i_0}{\omega C} \exp \left[j \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) \right]$$

Комплексна амплитуда напона на кондензатору је

$$u_{C0} = -j \frac{1}{\omega C} \cdot i_0$$

На основу приказаних израза за јачину струје и напон на елементима, отпорности тих елемената се могу приказати у облику комплексних бројева.

Ако део кола има само активну отпорност r , тада комплексна отпорност има само реални део

$$Z_r = r$$

Ако део кола има само индуктивност L , онда је комплексна отпорност

$$Z_L = j \omega L$$

За грану са кондензатором, комплексна отпорност ће бити

$$Z_C = \frac{1}{j \omega C}$$

Ако су елементи везани у ред, укупна отпорност се може написати као

$$Z_R = \sum_i Z_i$$

а за паралелно везане елементе важи да је

$$\frac{1}{Z_P} = \sum_i \frac{1}{Z_i}$$

Наведени изрази за редну и паралелну везу важе само ако се отпорности елемената уносе у комплексном облику.